

# STUDI TENTANG PETA KENDALI $\bar{x}$ TUNGGAL SEBAGAI PENGGANTI PETA KENDALI $\bar{x}$ -S DAN S

**Tanti Octavia**

Dosen Fakultas Teknik, Jurusan Teknik Industri – Universitas Kristen Petra

**Joni Cenderakiawan**

Alumnus Fakultas Teknik, Jurusan Teknik Industri – Universitas Kristen Petra

## ABSTRAK

Sampai saat ini Peta Kendali  $\bar{x}$  dan S (atau R) merupakan peta kendali yang umum dipakai di kalangan industri. Pada beberapa dekade, sejumlah penelitian dilakukan untuk menemukan algoritma yang dapat meningkatkan kepekaan peta kendali dalam pendeteksian. Pada saat kepekaan peta kendali tersebut meningkat maka bersamaan dengan itu kesalahan dalam pendeteksian juga meningkat.

Di dalam artikel ini penulis mencoba membangun sebuah peta kendali  $\bar{x}$  tunggal yang dapat menggantikan peta kendali  $\bar{x}$ -S yang memiliki kepekaan sama tetapi tidak meningkatkan kesalahan jenis I. Untuk itu dilakukan simulasi yang menganalisa faktor-faktor tersebut dan pengaruhnya terhadap peta kendali  $\bar{x}$ -S dan  $\bar{x}$  tunggal. Nilai  $ARL_1$  peta kendali  $\bar{x}$ -S dibandingkan dengan nilai  $ARL_1$  peta kendali  $\bar{x}$  tunggal. Hasil simulasi menunjukkan bahwa peta kendali  $\bar{x}$  tunggal cukup efektif.

Kata kunci :  $ARL_0$ ,  $ARL_1$ ,  $\alpha_1$

## ABSTRACT

*Shewhart's  $\bar{x}$  dan S(or R) control charts have been used very widely in industries . For several decades, many researchers have endeavoured to develop new algorithms to raise the detecting effectiveness of the control charts. While these methods do increase detecting effectiveness, they usually increase the type I error at the same time. This error give the warning that process is unstable.*

*In this article, we design a single  $\bar{x}$  control chart to substitute  $\bar{x}$ -S control chart that have the same sensitivity but doesn't increase error type I. We analyze those factors and their influence to a single  $\bar{x}$  and  $\bar{x}$ -S control chart. The  $ARL_1$  value in  $\bar{x}$ -S control chart is compared with a single  $\bar{x}$  control chart . The result shows that a single control chart effective enough.*

*Keywords:  $ARL_0$ ,  $ARL_1$ ,  $\alpha_1$*

## 1. PENDAHULUAN

Peta kendali proses (*Process Control Chart*) merupakan alat *Statistical Process Control* (SPC) yang memberikan gambaran kinerja dari suatu proses. Peta kendali proses menghasilkan tampilan grafis dengan sumbu vertikal sebagai karakteristik kualitas terukur

dari sampel dan sumbu horisontal sebagai nomor sampel atau waktu. Metode peta kendali menyediakan informasi kontinu untuk mengelola aspek proses agar dapat mengidentifikasi peluang untuk peningkatan proses dan untuk memonitor tindakan perbaikan secara efektif. Bila kinerja proses tersebut baik maka mutu produk yang dihasilkan juga baik.

Peta kendali ini digunakan untuk mengecek apakah proses berada dalam batas kendali yang ditetapkan. Pada umumnya ada 2 kelompok jenis data yang terdapat pada peta kendali yaitu variabel dan atribut. Pada penelitian ini penulis meneliti peta kendali variabel.

Umumnya peta kendali yang digunakan oleh perusahaan industri adalah peta kendali  $\bar{x}$ -S. Selain perusahaan harus mendesain 2 peta, kedua peta tersebut mungkin masih belum efektif dalam mendeteksi proses. Peta kendali  $\bar{x}$  tunggal sebenarnya sudah cukup efektif dalam mendeteksi proses. Ini merupakan ide Zhang Wu pada jurnal penelitiannya. Untuk itu penulis ingin meneliti karakteristik proses yang seperti apa yang hanya cukup menggunakan peta kendali  $\bar{x}$  tunggal dan menemukan kelebihan dan kekurangan dari masing-masing peta kendali.

## 2. PETA KENDALI $\bar{x}$

Di lapangan/lantai produksi umumnya kita menjumpai penggunaan peta kendali variabel seperti peta kendali  $\bar{x}$  dan R atau S. Peta kendali variabel adalah peta kendali dengan karakteristik kualitas yang dapat diukur dengan sebuah skala numerik. Contohnya antara lain panjang, diameter, kelembaban, temperatur dan viskositas.

Ditinjau dari karakteristik data, selain peta kendali variabel masih ada satu jenis peta kendali lagi yaitu peta kendali atribut. Peta kendali atribut adalah peta kendali dengan karakteristik kualitas yang tidak dapat diukur secara numerik tetapi ditentukan secara subyektif. Contohnya antara lain barang tersebut baik atau cacat, produk itu gores atau mulus dan produk ini cuil atau tidak. Peta kendali atribut tidak dapat memberikan informasi/data kuantitatif yang lebih obyektif. Oleh karena itu peta kendali variabel lebih sering dijumpai pengaplikasiannya. Meskipun sebenarnya biaya inspeksi dengan peta kendali variabel relatif lebih tinggi daripada peta kendali atribut.

Peta kendali variabel yang umumnya dipakai adalah pasangan peta kendali  $\bar{x}$  dengan peta kendali R ataupun peta kendali S. Peta kendali  $\bar{x}$  adalah peta yang digunakan untuk memonitor dan mengendalikan nilai rerata proses.

Nilai rerata yang menjadi acuan adalah nilai rerata dari sampel-sampel pendahuluan yang diambil ketika proses itu diduga terkendali. Nilai rerata ini didapatkan dari rerata tiap subgrup/sampel yang didefinisikan:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^g \bar{x}_i}{g} \quad (1)$$

dimana

$X_i$  = rerata dari subgroup ke-i  
 $g$  = jumlah urutan observasi

Jika rerata dan simpangan baku acuan diketahui maka garis tengah dan batas kendali untuk peta kendali  $\bar{x}$  menjadi :

$$\begin{aligned} UCL_{\bar{x}} &= \bar{m} + 3 \frac{S_0}{\sqrt{n}} \\ CL_{\bar{x}} &= \bar{m} \\ LCL_{\bar{x}} &= \bar{m} - 3 \frac{S_0}{\sqrt{n}} \end{aligned} \quad (2)$$

dimana:

$n$  = jumlah/ukuran sampel dan umumnya dipakai 5<sup>1)</sup>.

Jika rerata dan simpangan baku acuan tidak diketahui maka acuan tersebut dapat diperoleh dari nilai rerata dan simpangan baku pada proses yang diduga terkendali sehingga garis tengah dan batas kendalinya menjadi:

$$\begin{aligned} UCL &= \bar{\bar{x}} + 3 \frac{\bar{s}}{c_4 \sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + A_3 \bar{s} \\ CL &= \bar{\bar{x}} \\ LCL &= \bar{\bar{x}} - 3 \frac{\bar{s}}{c_4 \sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} - A_3 \bar{s} \end{aligned} \quad (3)$$

dimana

$$c_4 = \left( \frac{2}{n-1} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\Gamma(n/2)}{\Gamma[(n-1)/2]}$$

S adalah rerata dari simpangan baku tiap subgroup atau sampel.

Peta kendali  $\bar{x}$  umumnya menggunakan faktor pengali sigma sebesar 3 dengan asumsi bila ada suatu distribusi data normal dan terkendali maka probabilitas data yang berada di dalam batas kendali adalah sebesar 0,9973. Sebagai gambaran, untuk peta kendali  $\bar{x}$  dengan batasan  $3\sigma$ ,  $\alpha = 0.0027$  merupakan probabilitas sebuah data jatuh di luar batas kendali padahal proses terkendali. Keadaan ini disebut  $ARL_0$ , dimana

$$ARL_0 = \frac{1}{0,0027} = 370$$

Sehingga bila proses dalam kondisi terkendali maka dari rata-rata 370 sampel pasti ada sebuah data yang jatuh di luar batas kendali. Bila terjadi pergeseran rerata, kinerja peta kendali juga dapat dilihat dari ARL-nya. Sebagai gambaran, bila terjadi pergeseran rerata dan dengan ukuran sampel tertentu maka diketahui  $\alpha = 0,1$ . Keadaan ini disebut  $ARL_1$  dimana

$$ARL_1 = \frac{1}{\alpha}$$

<sup>1)</sup> Richard E. Devor, et al. *Statistical Quality and Control: Contemporary Concepts and Methods*. (USA: Macmillan Publishing Company, Inc, 1992). p.155.

<sup>2)</sup> Nilai  $C_4$ ,  $A_3$ ,  $B_3$  dan  $B_4$  dapat dilihat pada Appendix A-7 yang terdapat pada buku "Mitra, Amitrava. *Fundamentals of Quality Control and Improvement*. Auburn University, 1995." p.647.

Sehingga bila dari rata-rata 10 sampel pasti terdapat sebuah data yang keluar batasan maka ini cukup untuk menyatakan bahwa proses tersebut terjadi pergeseran rerata.

Demikian dengan menentukan nilai  $\alpha$  maka akan didapatkan nilai faktor pengali sigmanya sehingga batas kendali pun dapat dibangun. Nilai  $\alpha$  yang semakin besar dapat mempersempit/memperketat batas kendali.

### 3. PETA KENDALI S

Suatu proses pasti mempunyai variabilitas dan kadang juga mengalami pergeseran baik pergeseran rerata ataupun mengalami pergeseran simpangan baku. Pada umumnya, peta R lebih sering digunakan untuk mengendalikan variabilitas dari proses. Dari segi kemudahan peta R memang lebih mudah dan cukup untuk menjelaskan variabilitas proses. Tetapi peta R tidak cukup peka dalam menyidik/mendeteksi pergeseran yang relatif kecil. Untuk mendeteksi suatu pergeseran proses yang relatif kecil maka diperlukan ukuran sampel yang cukup besar. Apabila ukuran sampel  $n$  cukup besar, katakan  $n > 10$  atau 12, peta R kehilangan efisiensi statistiknya dalam menaksir simpangan baku<sup>3)</sup>.

Gambaran dari pernyataan kehilangan efisiensi statistik misalnya dari sebuah proses mempunyai rerata acuan sebesar 10. Proses tersebut pasti mempunyai variabilitas. Kemudian dilakukan sampling untuk melihat akurasi dan variasi dari proses. Bila ukuran sampel tersebut kecil ( $n = 2$ ) maka dengan metode Rentang (R) simpangannya adalah rentang/selisih dari 2 nilai tersebut. Bila ukuran sampelnya besar ( $n = 12$ ) maka rentangnya adalah selisih dari nilai terendah dengan nilai tertinggi tanpa memperhatikan nilai yang lain. Berbeda dengan metode standar baku (S) yang selalu menjadikan rerata acuan sebagai acuan untuk menghitung tiap nilai.<sup>4)</sup>

Peta kendali S biasanya dipasangkan dengan peta kendali  $\bar{x}$  dalam pengaplikasiannya. Pada dasarnya konsep pendesainan peta kendali S sama dengan peta kendali  $\bar{x}$ . Dalam pengaplikasiannya peta kendali S didesain lebih dahulu daripada peta kendali  $\bar{x}$ . Tujuannya agar variabilitas proses dikendalikan lebih dahulu lalu kemudian akurasi proses yang dikendalikan selanjutnya. Sebuah proses tidak dapat dikatakan stabil bila variabilitasnya masih cukup besar.

Seperti peta kendali  $\bar{x}$ , peta kendali S juga memiliki batas kendali. Jika  $\sigma^2$  variansi distribusi probabilitas tidak diketahui maka  $\sigma^2$  adalah variansi sampel.

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad (4)$$

<sup>3)</sup> Montgomery, D.C. *Introduction to Statistical Quality Control*. (United States of America: John Wiley & Sons, 1985). p.212.

<sup>4)</sup> William A.L. and Frank Tumbelty. *SPC Essentials and Productivity Improvement: A Manufacturing Approach*. (USA: Harris Corporation, 1997). p.101.

Jika distribusinya diasumsikan normal maka S merupakan perkiraan nilai dari  $c_4\sigma$ , dimana  $c_4$  adalah suatu konstanta yang nilainya bergantung pada ukuran sampel n. Selanjutnya simpangan baku S adalah  $s\sqrt{(1-c_4^2)}$ .

Bila nilai baku untuk  $\sigma$  diberikan maka batas kendali 3 sigma ( $\sigma$ ) bagi S adalah

$$\begin{aligned} UCL_s &= c_4s + 3s\sqrt{(1-c_4^2)} \\ CL_s &= c_4s \\ LCL_s &= c_4s - 3s\sqrt{(1-c_4^2)} \end{aligned} \quad (5)$$

Bila nilai baku untuk  $\sigma$  tidak diberikan, maka ini harus ditaksir dengan menganalisa data yang lalu. Andaikan tersedia g sampel pendahuluan, masing-masing berukuran n dan  $S_i$  adalah simpangan baku sampel ke-i. Rata-rata g simpangan baku itu adalah

$$\bar{S} = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g S_i \quad (6)$$

Dengan demikian batas kendali untuk peta kendali S menjadi

$$\begin{aligned} UCL_s &= \bar{S} + 3\frac{\bar{S}}{c_4}\sqrt{(1-c_4^2)} = B_4\bar{S} \\ CL_s &= \bar{S} \\ LCL_s &= \bar{S} - 3\frac{\bar{S}}{c_4}\sqrt{(1-c_4^2)} = B_3\bar{S} \end{aligned} \quad (7)$$

#### 4. PETA KENDALI $\bar{X}$ TUNGGAL

Dalam penelitian ini, diasumsikan bahwa peta kendali digunakan untuk mempertahankan sebuah proses dalam target dengan memperhatikan *centring* (pemusatan) dan distribusi proses yang normal. Jika rata-rata ( $\mu_0$ ) dan simpangan bakunya ( $\sigma_0$ ) dari proses yang terkontrol diketahui, maka batas atas dan batas bawah untuk peta kendali  $\bar{x}$  adalah:

$$\begin{aligned} UCL_x &= \mu_0 + 3\sigma_0 / \sqrt{n} \\ LCL_x &= \mu_0 - 3\sigma_0 / \sqrt{n} \end{aligned} \quad (8)$$

Batas atas dan bawah untuk peta kendali S adalah:

$$\begin{aligned} UCL_s &= c_4\sigma_0 + 3\sigma_0 \sqrt{(1-c_4^2)} \\ LCL_s &= c_4\sigma_0 - 3\sigma_0 \sqrt{(1-c_4^2)} \end{aligned} \quad (9)$$

dimana nilai  $c_4$ , dari nilai tabel, ditentukan oleh ukuran sampel (n).

Probabilitas  $p_x$  dimana rata-rata sampel berada di luar batas kontrol dari peta kendali  $\bar{x}$  adalah:

$$p_x(m, s) = \int_{LCL_x}^{\bar{x}} f_x(\bar{x} | m, s) d\bar{x} + \int_{\bar{x}}^{+∞} f_x(\bar{x} | m, s) d\bar{x}$$

dimana (10)

$$f_x(\bar{x} | \mathbf{m}, \mathbf{s}) = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{2\pi}\mathbf{s}} \exp\left(-\frac{n(\bar{x} - \mathbf{m})^2}{2\mathbf{s}^2}\right)$$

$f_x$  adalah fungsi kepadatan dari rata-rata sampel. Ketika proses terdistribusi normal dengan rata-rata =  $\mu$  dan simpangan baku =  $\sigma$ ,  $f_x$  juga normal dengan rata-rata =  $\mu$  dan simpangan baku =  $\sigma/\sqrt{n}$ . Untuk proses yang terdistribusi normal,  $p_x$  dapat ditentukan dengan menggunakan fungsi probabilitas kumulatif dari distribusi normal baku.

Probabilitas  $p$  dimana simpangan baku sampel berada di luar batas kontrol dari peta kendali S adalah:

$$f_s(s | \mathbf{s}) = \frac{(n-1)s}{2^{\frac{n-3}{2}} \Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right) \mathbf{s}^2} \left[\frac{s^2(n-1)}{\mathbf{s}^2}\right]^{\frac{n-3}{2}} \exp\left[-\frac{s^2(n-1)}{2\mathbf{s}^2}\right]$$

dimana (11)

$$p_s(\mathbf{s}) = \int_{-\infty}^{LCL_s} f_s(s | \mathbf{s}) ds + \int_{UCL_s}^{+\infty} f_s(s | \mathbf{s}) ds$$

$f_s$  adalah fungsi kepadatan dari simpangan baku sampel.

Probabilitas  $P_{joint}$  dimana peta  $\bar{x}$  atau peta S mendeteksi sampel di luar kontrol adalah kesatuan dari  $p_x$  dan  $p_s$  :

$$P_{joint}(\mu, \sigma) = p_x + p_s - p_x p_s \tag{12}$$

$P_{joint}$  menandai efek penggabungan dari 2 peta kontrol dengan konsep keandalan pada sistem paralel. Ketidakandalan dalam suatu sistem paralel diberikan sebagai berikut:

$$Q_p = Q_1 Q_2 \dots Q_n,$$

dan keandalannya adalah

$$R_p = 1 - Q_p = 1 - (Q_1 Q_2 \dots Q_n)$$

atau

$$R_p = 1 - \prod_{i=1}^n Q_i = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_i)$$

Ini sama seperti nilai  $P_{joint}(\mu, \sigma)$  yang didapatkan dari:

$$\begin{aligned} P_{joint} &= 1 - ((1 - p_x)(1 - p_s)) \\ &= 1 - (1 - p_x - p_s + p_x p_s) \\ &= p_x + p_s - p_x p_s \end{aligned}$$

$p_x p_s$  dan  $P_{joint}$  mengindikasikan keefektifan peta kendali dalam mendeteksi status di luar kendali. Jika proses berada di dalam kendali ( $\mu = \mu_0$  dan  $\sigma = \sigma_0$ ), maka  $p_x, p_s$  dan  $P_{joint}$  sama dengan kesalahan jenis I ( $\alpha$ ). Dari persamaan (3.3), (3.4) dan (3.5) dirumuskan

$$\alpha_x = p_x(\mu_0, \sigma_0)$$

$$\alpha_s = p_s(\sigma_0)$$

$$\alpha_{\text{joint}} = \alpha_x + \alpha_s - \alpha_x \alpha_s \quad (13)$$

dimana  $\alpha_x$  dan  $\alpha_s$  adalah kesalahan jenis I yang terjadi pada peta kendali  $\bar{x}$  dan S. Karena  $\alpha_x$  dan  $\alpha_s$  sangat kecil, maka  $\alpha_{\text{joint}}$  dapat disederhanakan:

$$\alpha_{\text{joint}} = \alpha_x + \alpha_s \quad (14)$$

Batas kendali yang lebih ketat menghasilkan  $P_{\text{joint}}$  dan  $\alpha_{\text{joint}}$  yang lebih besar secara simultan. Dalam hal ini diharapkan terjadi peningkatan efektifitas dalam mendeteksi tetapi tidak meningkatkan kesalahan jenis I. Dari persamaan diatas ditemukan bahwa saat  $p$  dipengaruhi oleh  $\mu$  dan  $\sigma$ ,  $p_s$  hanya dipengaruhi oleh  $\sigma$ .

Contohnya:

Diketahui sebuah distribusi proses yang tersebar secara normal,  $\mu_0 = 10$  dan  $\sigma_0 = 2$ . Pemakaian ukuran sampel sebesar 5 menghasilkan batas kendali untuk peta kendali *joint* sebagai berikut:

$$LCL_x = 7,32 \quad UCL_x = 12,68$$

$$LCL_s = 0 \quad UCL_s = 3,93$$

Nilai ini didapatkan dari rumus batas kendali peta kendali  $\bar{x}$  dan S.

Besar nilai  $\alpha_{\text{single}}$  disamadengankan  $\alpha_{\text{joint}}$  yaitu sebesar 0,0061. Nilai ini didapatkan dari  $\alpha_x = 0,0027$  yang ditambahkan dengan  $\alpha_s = 0,0034$ .

Dari nilai  $\alpha$  sebesar 0,0061 ini didapatkan batas kendali untuk peta  $\bar{x}$  tunggal, yaitu:

$$0,0061 = P\left(Z \leq \frac{LCL_{\text{single}} - m_0}{s_0 / \sqrt{n}}\right) + (1 - P\left(Z \geq \frac{UCL_{\text{single}} - m_0}{s_0 / \sqrt{n}}\right))$$

$$0,0061 = 0,0031 + 0,0031$$

$$0,0061 = P(Z \leq -2,74) - P(Z \geq 2,74)$$

$$\frac{LCL_{\text{single}} - m_0}{s_0 / \sqrt{n}} = -2,74$$

$$\frac{UCL_{\text{single}} - m_0}{s_0 / \sqrt{n}} = 2,74$$

$$\frac{LCL_{\text{single}} - 10}{2 / \sqrt{5}} = -2,74$$

$$\frac{UCL_{\text{single}} - 10}{2 / \sqrt{5}} = 2,74$$

$$LCL_{\text{single}} = 7,55$$

$$UCL_{\text{single}} = 12,45$$

Demikian peta kendali  $\bar{x}$  tunggal sebenarnya adalah peta kendali  $\bar{x}$  dengan batas kendali yang lebih sempit/ketat dimana nilai  $\alpha$ -nya sama dengan peta kendali  $\bar{x}$ -S. Sebenarnya peta kendali  $\bar{x}$  dapat mendeteksi pergeseran rerata dan simpangan baku, sementara peta kendali S hanya dapat mendeteksi pergeseran simpangan baku. Sehingga ada kemungkinan kombinasi peta kendali  $\bar{x}$  dan S dapat digantikan dengan peta kendali  $\bar{x}$  tunggal. Tapi tidak semua proses dapat dikendalikan hanya menggunakan peta kendali  $\bar{x}$ . Untuk itu ditentukan dari rasio perbandingan nilai *detecting effectiveness* ataupun nilai  $ARL_1$ nya

**5. ANALISA**

Tabel 1. Nilai  $ARL_1$  untuk peta kendali  $\bar{x}$ -S (*joint*)

$\sigma$	$\mu$				
	8	9	$\mu_0=10$	11	12
$\sigma_0=1$	1,096 (0,00032)	4,56 (0,00137)	164,03 (0,0492)	4,56 (0,00138)	1,098 (0,00316)
1,1	1,106 (0,00033)	3,91 (0,00117)	53,01 (0,01612)	3,92 (0,00116)	1,106 (0,00032)
1,2	1,121 (0,00034)	3,51 (0,00105)	24,003 (0,0072)	3,49 (0,00098)	1,120 (0,00034)
1,3	1,147 (0,00034)	3,15 (0,00094)	12,5 (0,00375)	3,15 (0,00093)	1,1468 (0,00034)
1,4	1,151 (0,00035)	2,75 (0,00082)	7,51 (0,00225)	2,75 (0,00081)	1,149 (0,00034)
1,5	1,16 (0,00035)	2,5 (0,00075)	5,002 (0,0015)	2,51 (0,00075)	1,16 (0,00036)

Keterangan: nilai dalam kolom adalah nilai  $ARL_1$  kecuali yang dicetak tebal merupakan nilai  $ARL_0$  dan yang ada di dalam tanda ‘( )’ adalah standar error.

Tabel 2. Nilai  $ARL_1$  untuk peta kendali  $\bar{x}$  tunggal

$\sigma$	$\mu$				
	8	9	$\mu_0=10$	11	12
$\sigma_0=1$	1,031 (0,00031)	3,28 (0,00096)	164,01 (0,053)	3,28 (0,00093)	1,030 (0,00031)
1,1	1,071 (0,00031)	3,01 (0,00088)	77,26 (0,02261)	3,00 (0,00088)	1,071 (0,00032)
1,2	1,088 (0,00032)	2,91 (0,00085)	46,5 (0,0136)	2,91 (0,00085)	1,090 (0,00032)
1,3	1,115 (0,00033)	2,851 (0,000835)	28 (0,00821)	2,85 (0,00835)	1,115 (0,00033)
1,4	1,120 (0,00033)	2,8 (0,00082)	20 (0,00586)	2,81 (0,00083)	1,1205 (0,00033)
1,5	1,133 (0,00033)	2,75 (0,0008)	15,02 (0,00443)	2,75 (0,00081)	1,132 (0,00033)

Keterangan: nilai dalam kolom adalah nilai  $ARL_1$  kecuali yang dicetak tebal merupakan nilai  $ARL_0$

dan yang ada di dalam tanda '( )' adalah standar error.

Tabel 3. Nilai rasio C yang merupakan perbandingan  $ARL_1$  peta kendali *joint* dan peta kendali  $\bar{x}$  tunggal

$\sigma$	$\mu$				
	8	9	$\mu_0=10$	11	12
$\sigma_0=1$	1,063	1,3902	1,0001	1,3902	1,066
1,1	1,0327	1,299	0,6861	1,3067	1,0327
1,2	1,0303	1,2062	0,5162	1,1993	1,0275
1,3	1,0287	1,1049	0,4464	1,1053	1,0285
1,4	1,0277	0,9821	0,3755	0,9786	1,0254
1,5	1,0238	0,9091	0,3330	0,9127	1,0247

Dari tabel hasil simulasi di atas dapat dilihat bahwa

1. Nilai  $ARL_0$  dan  $ARL_1$  pada tabel 1 dan 2 dapat dikatakan cukup valid karena standar error dari tiap data sudah relatif kecil. Ini menunjukkan bahwa simulasi tersebut adalah benar. Nilai  $ARL_0$  dari hasil simulasi juga mempunyai nilai yang cukup mendekati hasil perhitungan yaitu 164. Contoh perhitungan ada pada halaman 15 dengan menggunakan rumusan 14.
2. Perubahan nilai  $ARL_1$  hanya bergantung pada besar pergeseran baik rerata maupun simpangan baku. Besar pergeseran rerata memberikan pengaruh yang berarti terhadap nilai  $ARL_1$  baik pada peta *joint* maupun *single*. Contohnya, bila terjadi pergeseran rerata sebesar 1 sehingga  $\mu = 9$  atau  $\mu = 11$  maka nilai  $ARL_1$ -nya mengecil mengikuti penambahan pergeseran. Perbandingan nilai  $ARL_1$  ini dapat digunakan untuk menilai kepekaan peta kendali. Rasio perbandingan ini disebut nilai rasio C, yang merupakan rasio perbandingan antara nilai  $ARL_1$  peta kendali *joint* dan peta kendali *single*. Nilai rasio C yang lebih besar atau sama dengan 1 (satu) menunjukkan bahwa peta kendali  $\bar{x}$  tunggal lebih cepat mendeteksi terjadinya pergeseran pada proses. Menurut nilai rasio C, bila pada proses hanya terjadi pergeseran rerata maka peta kendali *single* lebih peka daripada peta kendali *joint* tetapi kepekaannya semakin menurun mengikuti penambahan pergeseran rerata. Pada tabel 3 baris  $\sigma_0 = 1$  kolom  $\mu = 9$  memiliki nilai rasio C = 1,3902 tetapi pada baris yang sama, kolom  $\mu = 8$  nilai C = 1,063. Ini menunjukkan kepekaan peta kendali *single* menurun.
3. Bila pada proses hanya terjadi pergeseran simpangan baku saja maka peta kendali *joint* jauh lebih peka daripada peta kendali *single*. Pada tabel 3 untuk kolom  $\mu_0 = 10$

menunjukkan nilai rasio  $C$  semakin turun dan kurang dari 1 bersamaan dengan bertambah besarnya pergeseran simpangan baku.

4. Bila pada proses terjadi kedua pergeseran baik rerata maupun simpangan baku maka kepekaan peta kendali lebih ditentukan dari pergeseran apa yang terjadi pada proses. Bila pergeseran rerata yang lebih besar daripada pergeseran proses maka peta kendali *single* lebih peka daripada peta kendali *joint*. Tetapi bila pergeseran simpangan baku relatif lebih besar daripada pergeseran rerata maka peta kendali *joint* lebih peka daripada peta kendali *single*. Pada tabel 3 untuk  $\mu = 9$  dan  $\sigma = 1,1$  maka  $C = 1,299$  menunjukkan peta kendali *single* lebih peka daripada peta kendali *joint*. Untuk  $\mu = 9$  dan  $\sigma = 1,5$  maka  $C = 0,9091$  menunjukkan peta kendali *joint* yang lebih peka. Hal ini menunjukkan bahwa peta kendali *single* menjadi semakin kurang peka dengan bertambahnya pergeseran simpangan baku. Pada tabel 3 untuk  $\mu = 8$  dan  $\sigma = 1,5$  maka  $C = 1,0238$  menunjukkan peta kendali *single* cukup peka. Ini berbeda dengan nilai  $C$  pada  $\mu = 9$  dan  $\sigma = 1,5$  yang kurang dari satu padahal pergeseran simpangan bakunya sama besar. Ini menunjukkan bahwa selama terjadi pergeseran rerata proses yang relatif besar daripada pergeseran simpangan baku maka peta kendali *single* cukup peka dalam mendeteksi kejanggalan tersebut.
5. Bila terjadi pergeseran rerata sebesar 1 dan pergeseran simpangan baku sebesar 0,3 peta kendali *single* masih cukup layak dipakai. Demikian juga bila terjadi pergeseran rerata sebesar 2 dan simpangan baku sebesar 0,5. Selanjutnya pola pemakaian peta kendali *single* dapat dilihat pada tabel 3 dimana daerah yang diarsir menunjukkan peta kendali *single* kurang cocok untuk dipakai.

Penelitian ini menunjukkan bahwa peta kendali *single* cukup peka dalam mendeteksi kejanggalan yang disebabkan adanya pergeseran rerata yang relatif kecil. Peta kendali  $\bar{x}$  tunggal ini cukup baik diaplikasikan pada industri yang prosesnya cukup stabil ataupun hanya terjadi pergeseran rerata yang relatif kecil. Pada umumnya industri cenderung lebih memperhatikan pergeseran rerata proses. Oleh karena itu diperlukan suatu peta kendali yang cukup peka dan akurat dalam mendeteksi pergeseran rerata. Peta kendali  $\bar{x}$  tunggal ini merupakan salah satu alternatif untuk jawaban tersebut.

Adapun kelemahan dari peta kendali  $\bar{x}$  tunggal ini adalah lambat dalam mendeteksi pergeseran simpangan baku. Secara teoritis peta kendali  $\bar{x}$  tunggal ini dapat mendeteksi pergeseran simpangan baku tetapi untuk pergeseran simpangan baku yang cukup besar kepekaannya menjadi berkurang. Oleh karena itu industri yang prosesnya hanya mengalami pergeseran simpangan baku sangat tidak disarankan menggunakan peta kendali  $\bar{x}$  tunggal ini.

## 6. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisa yang dilakukan maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Kepekaan peta kendali  $\bar{x}$ -S dan  $\bar{x}$  tunggal sangat dipengaruhi oleh besarnya pergeseran rerata ataupun pergeseran simpangan baku.

2. Apabila suatu proses hanya mengalami pergeseran simpangan baku maka peta  $\bar{x}$  tunggal tidak cukup peka mendeteksi pergeseran tersebut sehingga peta kendali  $\bar{x} - S$  yang dipakai untuk mengendalikan proses.
3. Peta kendali  $\bar{x}$  tunggal cukup peka mendeteksi terjadinya pergeseran pada proses apabila proses tersebut hanya mengalami pergeseran rerata dan pergeseran simpangan baku yang relatif tidak besar.
4. Peta kendali  $\bar{x}$  tunggal cukup layak menggantikan peta kendali  $\bar{x} - S$  apabila proses yang dikendalikan tidak mengalami pergeseran.

## DAFTAR PUSTAKA

- Alsop, Fred and Ricky M. Watson. PractiAlsop, Fred and Ricky M. Watson. 1993. *Practical Statistical Process Control: A Tool for Quality Manufacturing*, New York: Van Nostrand ReinHold,
- Besterfield, Dale H. 1994. *Quality Control*. United States of America: Prentice-Hall International, Inc.
- Bhattacharyya, Gouri K. and Richard A. Johnson. 1977. *Statistical Concepts and Methods*, United States of America: John Wiley & Sons.
- Devor, Richard E., et al. 1992. *Statistical Quality and Control: Contemporary Concepts and Methods*, USA: Macmillan Publishing Company, Inc.
- Evans, James R. dan William M. Lindsay. 1996. *The Management and Control of Quality*, USA: West Publishing Company.
- Grant, Eugene L. and Richard S. 1980. Leavenworth. *Statistical Quality Control*, United States of America: McGraw-Hill, Inc.
- Levinson, William A. and Frank Tumbelty. 1997. *SPC Essentials and Productivity Improvement: A Manufacturing Approach*, USA: Harris Corporation.
- Mitra, Amitrava. 1995. *Fundamentals of Quality Control and Improvement*, Auburn University.
- Montgomery, D.C. 1985. *Introduction to Statistical Quality Control*, United States of America: John Wiley & Sons,
- Wu, Zhang. 1994. "Single  $\bar{x}$  control chart scheme", *International Journal of Quality & Reliability Management*, Vol. 11 No. 9, pp. 34-42.
- Zaidi A. 1995. *Statistical Process Chart - Concepts, Methodologies and Tools*, New Delhi: Prentice-Hall.

